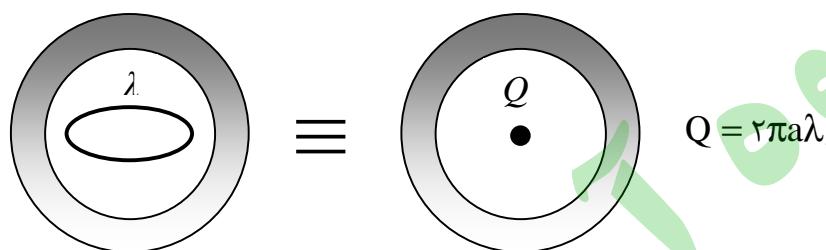




## پاسخ سوال ۲۶

از دید محیط بیرون از کره، باری که داخل کرده فلزی قرار می‌گیرد، مستقل از مکان است. به این معنا که می‌توان توزیع بار را به طور دلخواه تغییر داد. برای سادگی کل بار حلقه را در مرکز کرده قرار می‌دهیم.



به این ترتیب پتانسیل کرده سادگی به دست خواهد آمد:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{2\pi a \lambda}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{a \lambda}{2\epsilon_0 R}$$

بنابراین، گزینه ۳ صحیح است.

## پاسخ سوال ۲۷

پتانسیل ناشی از حلقه بار دار در مرکز حلقه:

$$V_{ring} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\phi=0}^{\pi} \frac{\rho_{\ell} c d\phi}{c} = \frac{2\pi \rho_{\ell}}{4\pi\epsilon_0} = \frac{\rho_{\ell}}{2\epsilon_0}$$

پتانسیل ناشی از واشر بار دار در مرکز واشر:

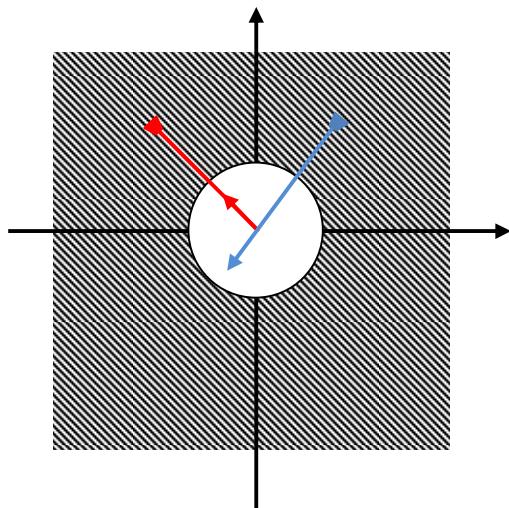
$$V_{disc} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma r dr d\phi}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{r=a}^b \int_{\phi=0}^{\pi} \frac{\rho_s r d\phi dr}{r} = \frac{2\pi \rho_s}{4\pi\epsilon_0} r \Big|_{r=a}^{r=b} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} (b-a)$$

مجموع پتانسیل حلقه و واشر در مرکز برابر صفر است:



$$V_{disc} = -V_{ring} \Rightarrow \frac{\rho_{so}}{2\epsilon_0} (b-a) = -\frac{\rho_{lo}}{2\epsilon_0} \Rightarrow \rho_{lo} = \rho_{so} (a-b)$$

در نتیجه، گزینه ۳ صحیح است.



### پاسخ سوال ۲۸

با توجه به توزیع کسینوسی توزیع بار، میدان الکتریکی

در جهت  $\mathbf{a}_x$ - بوده و تنها مؤلفه افقی میدان مهم است.

$$\begin{aligned} |\mathbf{E}| &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \int \frac{\sigma \rho d\rho d\phi}{\rho^2} \cdot \cos \phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\rho=a}^{\infty} \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{\lambda \sigma_0 \cos \phi \cdot \left(\frac{a}{\rho}\right)^2 \cdot \rho d\phi d\rho}{\rho^2} \\ &= \frac{\lambda \sigma_0 a^2}{4\pi\epsilon_0} \int_{\phi=0}^{2\pi} \cos^2 \phi d\phi \cdot \int_{\rho=a}^{\infty} \frac{d\rho}{\rho^2} = \frac{\lambda \sigma_0 a^2}{4\pi\epsilon_0} \times \pi \times \frac{1}{2a} = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \mathbf{E} = -\frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \mathbf{a}_x$$

بنابراین، گزینه ۲ صحیح است.

### پاسخ سوال ۲۹

برای اینکه بار از مسیر خود منحرف نشود، باید برآیند نیروی الکتریکی ناشی از سیم بار دار و نیروی مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان صفر شود.



$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \Rightarrow F_E = QE = \frac{Q\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \Rightarrow F_B = Qv \times B = \frac{Qv\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$F_E = F_B \Rightarrow \frac{Qv\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{Q\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \Rightarrow v = \frac{\lambda}{\mu_0 \epsilon_0 I}$$

در نتیجه، گزینه ۴ صحیح است.

### پاسخ سوال ۳۰

قبل از اتصال کره به پتانسیل  $V_0$ ، بار موجود بر روی کره برابر کل بار موجود در درون کره است:

$$Q_1 = q = \lambda\pi\epsilon_0$$

هنگامی که کره به پتانسیل  $V_0$  متصل است، بار موجود بر روی کره برابر می‌شود با:

$$Q_2 = 4\pi\epsilon_0 a V_0 = 4\pi\epsilon_0 \times 2 \times 2 = 16\pi\epsilon_0$$

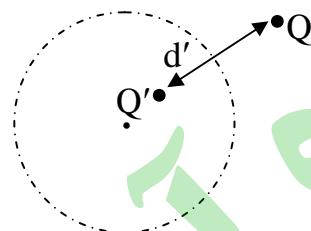
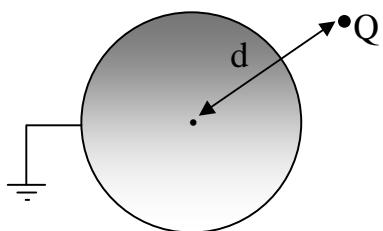
بار اضافه شده به کره برابر اختلاف دو بار محاسبه شده است.

$$Q = Q_2 - Q_1 = 16\pi\epsilon_0 - \lambda\pi\epsilon_0 = \lambda\pi\epsilon_0$$

در نتیجه گزینه ۲ صحیح است.

**پاسخ سوال ۳۱**

برای پافتن باری که از زمین روی کوه قرار می‌گیرد، از تئوری تصویر استفاده می‌کنیم. در حالت ابتدا و انتهای حرکت بار موجود بر روی کوه برابر است با:



$$Q_L = \frac{a}{d} q = \frac{a}{4a} q = \frac{q}{4}, \quad Q_R = \frac{a}{d} q = \frac{a}{2a} q = \frac{q}{2}$$

طبق تعریف شده جریان متوسط داریم:

$$\bar{I} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\frac{q}{2} - \frac{q}{4}}{\Delta t} = \frac{q}{4\Delta t}$$

از طرفی طبق تعریف سرعت متوسط، می‌توان تغییرات زمانی را در رابطه فوق جایگذاری کرده و سرعت متوسط را یافت.

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4a - 2a}{\Delta t} = \frac{2a}{\Delta t} \Rightarrow \bar{V} = \frac{2a \cdot 4\bar{I}}{q} = \frac{8a\bar{I}}{q}$$

به این ترتیب گزینه ۱ صحیح است.

**پاسخ سوال ۳۲**

جریان معادل ناشی از گردش بار Q و با سرعت v حول دایره‌ای به شعاع R برابر است با:

$$I = \frac{Qv}{2\pi R}$$



در این سوال جریان ناشی از گردش المان طول که تشکیل یک حلقه جریان می‌دهد به صورت زیر است:

$$I = \frac{dqv}{2\pi R} = \frac{\rho_0 dr \cdot r\omega}{2\pi r} = \frac{\rho_0 \omega}{2\pi} dr$$

شدت میدان مغناطیسی ناشی از این المان حلقه جریان را می‌توان از روی رابطه مربوط به آن به دست آورد:

$$dH = \frac{I}{2r} a_z = \frac{\rho_0 \omega}{4\pi r} dr a_z \Rightarrow H = \int dH = a_z \int_{r=a}^b \frac{\rho_0 \omega}{4\pi r} dr = \frac{\rho_0 \omega}{4\pi r} \ln \frac{b}{a} a_z$$

در نتیجه، گزینه ۴ صحیح است.

### پاسخ سوال ۳۳

طبق قانون آمپر داریم:

$$\int H \cdot d\ell = I \Rightarrow \frac{3}{4} \times 2\pi r H_0 + \frac{1}{4} \times 2\pi r H = I$$

در مرز بین دو محیط شدت میدان مغناطیسی عمود است. بنابراین با استفاده از شرایط مرزی چگالی شار مغناطیسی می‌توان رابطه بین شدت میدان مغناطیسی در دو محیط را یافت:

$$B = B_0 \Rightarrow \mu H = \mu_0 H_0 \Rightarrow H_0 = \frac{\mu H}{\mu_0}$$

به این ترتیب شدت میدان مغناطیسی در محیط با تراوایی  $\mu$  برابر است با:

$$\frac{3}{2} \pi r \frac{\mu}{\mu_0} H_0 + \frac{1}{2} \pi r H = I \Rightarrow \frac{\pi r H}{2} \left( \frac{3\mu}{\mu_0} + 1 \right) = I \Rightarrow H = \frac{2I}{\pi r \left( \frac{3\mu}{\mu_0} + 1 \right)}$$



$$B = \mu H = \frac{2I\mu}{\pi r \left( \frac{3\mu}{\mu_0} + 1 \right)} = \frac{2I}{\pi r \left( \frac{3}{\mu_0} + \frac{1}{\mu} \right)}$$

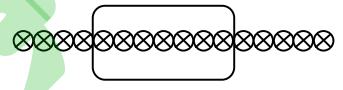
در نتیجه گزینه ۱ صحیح است.

### پاسخ سوال ۳۴

با توجه به مایل بودن جریان، مولفه افقی آن باعث ایجاد شدت میدان مغناطیسی ثابت در داخل استوانه و شدت میدان مغناطیسی متغیر در خارج از استوانه می‌شود. در داخل استوانه داریم:

$$\int B \cdot d\ell = \mu_0 I \Rightarrow B\ell = \mu_0 J\ell$$

$$B_{in} = \mu_0 J_s \sin \alpha = \frac{1}{2} \mu_0 J_s$$



در خارج از استوانه چگالی شار را می‌توان از رابطه چگالی شار سیم طویل به دست آورد:

$$B_{out} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 J_s \cos \alpha \cdot 2\pi a}{2\pi r} = \frac{\sqrt{3}\mu_0 J_s a}{2r}$$

$$B_{in} = B_{out} \Rightarrow \frac{1}{2} \mu_0 J_s = \frac{\sqrt{3}\mu_0 J_s a}{2r} \Rightarrow r = \sqrt{3}a$$

در نتیجه گزینه ۴ صحیح است.

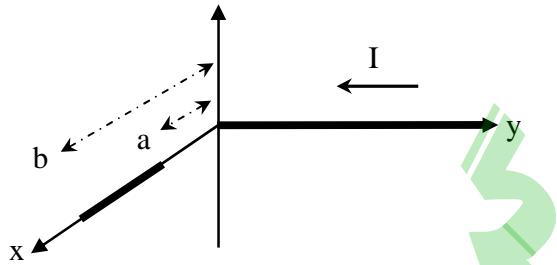
### پاسخ سوال ۳۵

چگالی شار مغناطیسی ناشی از سیم نیمه محدود بر روی سیم محدود و نیروی وارد بر المان طول آن برابر است با:



$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} \mathbf{a}_z$$

$$d\mathbf{F} = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I^r}{4\pi x} dx (-\mathbf{a}_y)$$



گشتاور وارد بر این المان به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$d\tau = \mathbf{x} \times d\mathbf{F} = x \mathbf{a}_x \times \frac{\mu_0 I^r}{4\pi x} dx (-\mathbf{a}_y) = \frac{\mu_0 I^r}{4\pi} dx (-\mathbf{a}_z)$$

$$\tau = \int d\tau = (-\mathbf{a}_z) \int_{x=a}^{b} \frac{\mu_0 I^r}{4\pi} dx = -\frac{\mu_0 I^r}{4\pi} (b-a) \mathbf{a}_z$$

در نتیجه گزینه ۱ صحیح است.